Prof. Dr. Alfred Toth

Relationale Einbettungszahlen

1. Die über den dyadischen Partialrelationen

$\omega := (A \to I)$

$[\omega, 1] := ((A \to I) \to A)$

$[[\omega, 1], 1] := (((A \to I) \to A) \to I)$

definierbare triadische systemtheoretische Zeichenklasse

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

(Toth 2012) weist im Grunde nur die eine Abbildung ω, allerdings in drei verschiedenen Einbettungsstufen, auf, die man durch [ω], [[ω]], [[[ω]]] kennzeichnen könnte. Damit kann man allerdings die theoretisch unendlich vielen Einbettungen durch einen einzigen indizierten Einbettungsoperator definieren. Da ferner ω nur ein Spezialfall für eine theoretisch beliebige Abbildung zwischen den beiden Gliedern einer beliebigen Dichotomie ist, wollen wir nun definieren. Sei

$D := [a, b]$

eine beliebige Dichotomie und

$1 := a(b) = b \to a$

eine beliebige Abbildung der Glieder von D. Ferner bedeute „1“, daß diese Abbildung eine „Oberflächenabbildung“ sei, d.h. daß die Einbettungsstufe 0 vorliege:

$1 = [1_0] := 1_0.$

Damit können wir das obige systemtheoretische semiotische Minimalsystem wie folgt notieren

$\omega = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$,

d.h. wir können hiermit nicht nur die Semiotik auf die Systemtheorie (wie in meinen letzten Arbeiten gezeigt) zurückführen, sondern die letztere durch Paar

RE = <1, $_{n}$]>,

bestehend aus einer Abbildung 1 und einem n-stufigen Einbettungsoperator $_{n}$] definieren und nennen dieses Paar RE eine RELATIONALE EINBETTUNGSZAHL.

2. Was haben wir mit dieser weiteren Abstraktion erreicht? War die Rückführung der Peirce-Benseschen Zeichenrelation ZR = (M, O, I) auf die systemtheoretische Zeichenrelation ZR = (1, (1, 2), ((1, 2), 3)) mit „Verlängerung“ für n-adische Relationen ZR^n = (1, (1, 2), ((1, 2), 3), (((1, 2), 3)), 4), ...) und der Ersetzung der qualitativ definierten Partialrelationen bzw. semiotischen Funktionen durch allgemeinere systemtheoretische Abbildungen die Verabschiedung des substantiellen Rests der ansonsten relationalen Zeichenrelation ZR = (M, O, I), so werden durch die Einführung der relationalen Einbettungszahlen nun auch noch die letzten statischen Momente der Relation ZR^n durch Morphismen ersetzt und somit die systemtheoretische Basis der Zeichenrelation ZR^n selbst so weit wie nur möglich verallgemeinert.

Damit haben wir also ein TRIPARTITES SEMIOTISCHES SYSTEM vor uns: Wir geben nachstehend für jede der 10 Peirce-Benseschen Zeichenklassen zunächst die traditionelle Notation in Form der semiotischen Kategorien, dann die systemtheoretischen Entsprechungen und hernach ihre Transformationen in Teilsysteme relationaler Einbettungszahlen. (Da die Realitätsthematiken ja dual zu ihren Zeichenklassen sind, erübrigt sich hier ihre gesonderte Darstellung.)

1. Zkl = (3.1 2.1 1.1) → S_1 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), ω) (ω, ω)) →
   RE = $[[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 1]]$.

2. Zkl = (3.1 2.1 1.2) → S_2 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), ω) (ω, (ω, 1)))
RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 2]].

3. Zkl = (3.1 2.1 1.3) → S_3 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), ω) (ω, ((ω, 1), 2))) →
RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 3]].

4. Zkl = (3.1 2.2 1.2) → S_4 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, (ω, 1))) →
RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 2], [1, 2]].

5. Zkl = (3.1 2.2 1.3) → S_5 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, ((ω, 1), 2))) →
RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 2], [1, 3]].

6. Zkl = (3.1 2.3 1.3) → S_6 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), ((ω, 1), 2)) (ω, ((ω, 1), 2)))
→ RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 3], [1, 3]].

7. Zkl = (3.2 2.2 1.2) → S_7 = ((((ω, 1), 2), (ω, 1)) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, (ω, 1))) →
RE = [[1_{-3}, 2], [1_{-2}, 2], [1, 2]].

8. Zkl = (3.2 2.2 1.3) → S_8 = ((((ω, 1), 2), (ω, 1)) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, ((ω, 1), 2)))
→ RE = [[1_{-3}, 2], [1_{-2}, 2], [1, 3]].

9. Zkl = (3.2 2.3 1.3) → S_9 = ((((ω, 1), 2), (ω, 1)) ((ω, 1), ((ω, 1), 2)) (ω, ((ω, 1), 2))) → RE = [[1_{-3}, 2], [1_{-2}, 3], [1, 3]].

10. Zkl = (3.3 2.3 1.3) → S_{10} = ((((ω, 1), 2), (((ω, 1), 2)) ((ω, 1), ((ω, 1), 2)) (ω, ((ω, 1), 2))) → RE = [[1_{-3}, 3], [1_{-2}, 3], [1, 3]].

Die Konstanz der Struktur [[1_{-3}, -], [1_{-2}, -], [1, -]] erweckt hier den Eindruck der Redundanz der RE. Das ändert sich jedoch schnell, wenn man die Permutation der Partialrelationen zuläßt, wie dies z.B. bereits Bense bei seiner Definition der Realitätsthematiken, Kommunikations- und Kreationsschemata getan hatte. Dann erhalten wir also z.B. für das obige Teilsystem 10 die folgenden 6 Möglichkeiten:

[[1_{-3}, 3], [1_{-2}, 3], [1, 3]], [[1_{-3}, 3], [1, 3], [1_{-2}, 3]], [[1_{-2}, 3], [1_{-3}, 3], [1, 3]], [[1_{-2}, 3], [1, 3], [1_2, 3]], [[1, 3], [1_{-3}, 3], [1_{-2}, 3]], [[1, 3], [1_{-2}, 3], [1_3, 3]].

Ferner sollte man sich bewußt sein, daß die Anwendung systemtheoretischer Relationen gerade in komplexen Zeichenklassen nicht in der Form diskreter semiotischer Repräsentationssysteme geschieht, so daß solche in mannigfacher Kombination auftreteten, d.h. die ursprüngliche triadisch-retrosemiosische Struktur der Peirce-Benseschen Zeichenklassen kann durch Einfügung einer beliebigen Anzahl beliebiger Partialrelationen unterbrochen, überbrückt und noch anders modifiziert werden. Ferner kommen nach der Definition von ZR^n ja nicht nur triadische, sondern auch höherstufige Relationen vor. Zusammen mit den Permutationsmöglichkeiten ergeben sich damit hochgradisch komplexe semiotische Zeichenstrukturen, Zeichensysteme und Zeichenprozesse, bei denen die scheinbare Konstanz der RE, wie sie für den Grenzfall der triadischen Repräsentationssysteme erscheint, die einzige Möglichkeit der Gliedern in Typen (via triadische und trichotomische Werte, d.h. Abbildungen) und Stufen (via Einbettungen) darstellt.

Literatur

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

20.2.2012